

Die Gewichtsabnahme von Festkörpern in Wasser

[VAD_Dichte_2.odt]



Klassenstufe	Oberthemen	Unterthemen	Anforderungs- niveau	Durchführungs- niveau	Vorbereitung Durchführung
SI	Mechanik	Flüssigkeiten	●●●	■ ■ ■	60 min

Autor: Prof. Dr. Klaus Dräger

Inhalt

Einleitung

Gemeinsamkeiten und Unterschiede von Festkörpern und Flüssigkeiten

Die Vorarbeiten beim flüssigen Materialzustand

Versuch I

Theoretischer Hintergrund

Versuch II

Auswertung

Einleitung

Holz und Wasser sind Materialien, die wie selbstverständlich in unserem Alltagsleben vorkommen. So schätzen wir beim Holz seine Festigkeit, während wir beim Wasser seine geringe Bindung zu nutzen wissen, die dafür sorgt, dass es bei Raumtemperatur flüssig ist. Über das Gemeinsame, das beiden zu eigen ist, nämlich ihr Gewicht, machen wir uns dagegen keine Gedanken. So sind wir nicht im mindesten beunruhigt, dass sich im Lauf der Zeit ganz unterschiedliche Maßeinheiten eingebürgert haben, nach denen jeweils die gleiche Menge dieser Stoffe erfasst und gemessen wird. Dazu ein Beispiel.



Während man kompakte Körper nach ihrem Gewicht bewertet, findet niemand etwas dabei, die Flüssigkeiten nach ihrem Volumen zu messen. So wird etwa Milch nach Litern abgepackt. Brot dagegen wird nach Kilogramm gehandelt. Wenn wir sie dann aber mit unserer Muskelkraft davon tragen müssen, dann gibt es nur eines, was zählt : das Gewicht.



Über diese Angelegenheit soll nachgedacht und experimentiert werden. Auch deshalb, weil Holz, wie das von Kiefern, im Wasser schwimmt, während Eisen, wie jeder weiß, sang und klanglos untergeht.

Gemeinsamkeiten und Unterschiede von Festkörpern und Flüssigkeiten

Gemeinsamkeiten	Ein scharfer Wasserstrahl, von dem man getroffen wird, macht unmissverständlich klar, dass von ihm, wie bei einem Festkörper, Druck und Härte ausgehen können. Dabei sind dies typische Eigenschaften, die wir den Festkörpern zuschreiben. Und noch Eines fällt auf : sobald man eine Waage einsetzt, verschwinden weitere Unterschiede. Denn man kann für beide, für den festen wie für den flüssigen Stoff, eine Maßzahl für das Gewicht ablesen.
Unterschiede	Allerdings gilt es, die Besonderheiten einzuplanen. So haben Flüssigkeiten kein festes Volumen. Daher muss man einen Behälter vorsehen, damit alles beisammen bleibt. Wenn das aber beachtet wird und man sich später die Mühe macht, das Gewicht des Behälters vom Gesamtgewicht abzuziehen, dann kann man für beide einander genau entsprechende Feststellungen treffen.

Daher sollte man die Sprache und die Bilder des Alltags immer genau hinterfragen, um zu sehen, ob sie einen Sachverhalt noch treffsicher und eindeutig beschreiben können, wenn gleichzeitig Messergebnisse vorliegen, die interpretiert werden sollen.

Da also auch Flüssigkeiten eindeutig Gewicht und Volumen haben, so lassen sich die spezifischen Eigenschaften, die für den Festkörper entwickelt worden sind, auch auf einen flüssigen Stoff übertragen. Mit der bekannten Verknüpfung von Gewicht G und Masse M durch die Gleichung :

$$G = M \cdot g$$

(1)

werden zunächst zwei physikalische Größen miteinander verknüpft, die auch für den flüssigen Zustand charakteristisch sind. Dabei erfasst der Parameter $g = 9,81 \text{ [m/s}^2\text{]}$ die Erdanziehung in Meereshöhe. Damit ergibt sich das spezifische Gewicht einer Flüssigkeit F zu :

$$\frac{G(F)}{V} = \frac{M(F)}{V} \cdot g$$

Hier erfasst der Quotient $\rho(F)$ die Massendichte der Flüssigkeit mit

$$\rho(F) = \frac{M(F)}{V}$$

(2)

als eine spezifische Materialgröße, deren Kenndaten ebenso – wie die von Festkörpern – in Tabellenwerken gesammelt worden sind. Um sie allerdings in einem Experiment selbst zu bestimmen, wie das hier vorgesehen ist, muss man jedoch zusätzliche Vorarbeiten einplanen, die die Besonderheiten des flüssigen Zustandes erfassen.

Die Vorarbeiten beim flüssigen Materialzustand

Wegen der fehlenden Formstabilität benötigt man bei Flüssigkeiten einen geeichten Messzylinder, um das Volumen zu bestimmen. Für Arbeiten im Labor ist ein solcher üblicherweise mit den Einheiten [cm³] bzw. [ml] ausgestattet.

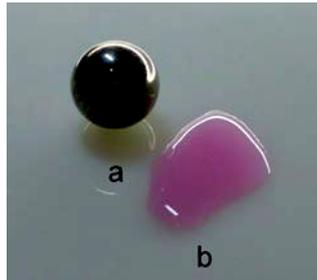


Abb. 2 : Beispiele zur Formstabilität. (a) eine Stahlkugel und daneben (b) zerlaufenes Wasser auf einer ebenen Oberfläche.

Dann ergibt sich das für die spätere Messung überführte Flüssigkeitsvolumen V aus einer Höhendifferenz, die aus den Wasserständen des Messzylinders ermittelt wird :

$$V = V(h_1) - V(h_2)$$

(3)

Das so festgelegte Volumen V wird in einen Becher gefüllt, dessen Eigengewicht G_0 bereits zuvor durch eine eigene Wägung ermittelt worden ist.



Wassersäule h_1 mit dem Volumen $V(h_1)$

Abb. 3 : Die Wassersäulen h_1 und h_2 im Messzylinder.

Die erneute Wägung – sie erfasst jetzt den Behälter und die überführte Flüssigkeitsmenge $M(F)$ – liefert dann das Gesamtgewicht zu :

$$G = G_0 + M(F) \cdot g$$

Aus den Ablesungen am Messzylinder und den beiden Wägungen ergibt sich dann die Massendichte $\rho(F)$ der Flüssigkeit zu :

$$\rho(F) = \frac{G - G_0}{V \cdot g}$$

Sobald das Gewicht an der Waage in Masse-Einheiten [g] abgelesen wird, vereinfacht sich die obige Gleichung und lautet dann :

$$\rho(F) = \frac{M(F) - M_0}{V}$$

(4)

Im nachfolgenden Experiment wird die Massendichte $\rho(W)$ von Wasser bestimmt. Die Messung ist exemplarisch. Gleichzeitig hat dieser Wert auch generell noch eine große Bedeutung, weil er in das Alltagsleben eines jeden eingreift.

Versuch I

Die Massendichte von Wasser

Benötigte Materialien: Messzylinder für 250 ml
 Kompaktwaage mit digitaler Anzeige.
 Bereich: ≤ 200 g, ablesbar : 0,1 g
 Transparenter Plastikbecher für ca. 200 ml

Versuchsablauf

Zunächst wird der Plastikbecher auf dem Teller der Kompaktwaage abgesetzt und sein Eigengewicht

$$G_0 = M_0 \cdot g$$

in Masse-Einheiten [g] abgelesen und protokolliert. Der Eintrag erfolgt dabei in eine Vorlage, die in wesentlichen Teilen von Abbildung 1 wiedergegeben wird. Im Experiment wird zunächst aus dem gefüllten Messzylinder etwas Wasser abgegossen, um einen gut definierten Ausgangszustand auf der Skala herzustellen (siehe Abbildung 3). Der so erreichte Wasserstand wird als $V(h_1)$ protokolliert. Im Anschluss wird ein Volumen von ca. 50 [cm³] in den Plastikbecher überführt und der neue Wasserstand am Messzylinder als $V(h_2)$ abgelesen. Ebenso wird auch das neue Gesamtgewicht $G(W)$ in Masse-Einheiten abgelesen und notiert.

Durch erneutes Überführen von jeweils ca. 50 [cm³] vom Messzylinder in den Plastikbecher wird dieser letzte Vorgang dann noch zweimal wiederholt. Die zugehörigen Werte für $V(h_2)$ und G werden in das Messprotokoll aufgenommen. Das Ausgangsvolumen $V(h_1)$ und das Eigengewicht G_0 sind dabei in jeder Zeile, das heißt für jeden Teilvorgang jeweils erneut einzutragen.

Anzeige Messzylinder [cm ³]		Anzeige Waage [g]	
$V(h_1)$	$V(h_2)$	G_0	$G(W)$
"		"	
"		"	
"		"	

Abb. 4 : Aufbau des Messprotokolls für drei Teil-Experimente

Mit diesen Messwerten sowie den Gleichungen (3) und (4) lässt sich dann die Massendichte von Wasser in drei Beispielen direkt ermitteln. Um auch die Güte dieser Messung bewerten zu können, ist unten zum Vergleich ein Literaturwert aufgeführt worden. In dem Tabellenwerk „Taschenbuch der Physik“, herausgegeben von H. Stöcker, wird die Massendichte von reinem Wasser bei 20 °C mit :

$$\rho(W) = 1,003 \text{ [g / cm}^3\text{]}$$

(5)

angegeben. Wenn man diesen Wert auf das Standardvolumen von $1 \text{ L} \equiv 1000 \text{ cm}^3$ hochrechnet, so erkennt man, dass diesem Volumen eine Masse von nahezu 1 kg entspricht. Ob dies nun ein glücklicher Zufall ist oder ob die Festlegung der Einheiten geradewegs einmal so gewählt worden ist, soll hier nicht weiter untersucht werden. Wenn allerdings anstelle von Wasser eine andere Flüssigkeit von Bedeutung herangezogen worden wäre, z. B. Benzin, so könnte man einem Liter – in diesem Fall – nur noch die Masse von 0,7 kg zurechnen. Könnte man auch mit einer solchen Festlegung leben?

Aber unabhängig von der Frage, in welchen Einheiten Flüssigkeitsmengen gemessen werden sollten, hat die Massendichte von Wasser gemäß Gleichung (5) eine enorme Bedeutung. Denn alle Feststoffe X , deren Massendichte $\rho(X)$ durch die Relation

$$\rho(X) > \rho(W)$$

gekennzeichnet sind, werden in tiefem Wasser versinken, – für alle Zeit – während Feststoffe mit der Eigenschaft

$$\rho(X) < \rho(W)$$

an der Oberfläche bleiben und schwimmen werden. Im Folgenden werden wir diese Grenzlage im System Festkörper/Flüssigkeit näher untersuchen. Dabei werden die aus früheren Versuchen bekannten Modellkörper aus Kunststoff, Aluminium, Stahl und Messing erneut zum Einsatz kommen. Ihre spezifischen Dichten $\rho(X)$ werden dann als bekannt vorausgesetzt. Für sie gilt :

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \rho(\text{Kunststoff}) = 1,57 \text{ g/cm}^3 \\ \rho_2 &= \rho(\text{Aluminium}) = 2,70 \text{ g/cm}^3 \\ \rho_3 &= \rho(\text{Stahl}) = 7,87 \text{ g/cm}^3 \\ \rho_4 &= \rho(\text{Messing}) = 8,41 \text{ g/cm}^3 \end{aligned}$$

Wenn man von diesem Kenntnisstand im Folgenden ausgeht, dann wird der experimentelle Rahmen weitaus übersichtlicher und auch die Ergebnisse lassen sich leichter bewerten.

Theoretischer Hintergrund

Der scheinbare Gewichtsverlust von Festkörpern in einer Flüssigkeit

Bereits kleinen Jungen und Mädchen ist aus der Badeanstalt bekannt, dass im Wasser alle Gegenstände leichter werden. Wo aber hat sich dann der Rest ihres Gewichtes versteckt? Diese Frage lässt sich nicht direkt beantworten, sondern muss durch ein geeignetes Experiment ermittelt werden. Dazu gehen wir einen Schritt zurück und fragen, ob sich das Gewicht einer Flüssigkeit ändert, wenn man einen schweren Körper in sie eintaucht – dies allerdings so, dass weder die Seiten – noch die Bodenfläche des Gefäßes berührt werden. Zu realisieren ist diese Vorgabe, indem man einen kompakten Körper an einem dünnen Faden aufhängt und ihn in einem transparenten Becher – gut sichtbar – vollständig unter die Oberfläche einer Flüssigkeit bringt. Für ein solches Experiment bietet sich die Kompaktwaage als verlässliches Messgerät an. Abbildung 5 gibt einen Überblick zu den geplanten Maßnahmen.

Im linken Teil ist die Ausgangslage mit dem Gefäß und der eingefüllten Flüssigkeit F zu sehen. Die Kompaktwaage, auf der die Anordnung ruht, ist hier aus Gründen der Übersicht weggelassen worden. Der Festkörper X , der später das Experiment auslösen wird, befindet sich dazu bereits in einer Aufhängung, allerdings noch hoch über dem Flüssigkeitsspiegel. In dieser Konstellation zeigt die Kompaktwaage ein Gewicht an, das allein vom Gefäß und der Flüssigkeit F aufgebracht wird. In Masse-Einheiten wird dieses Teilgewicht durch $M(F,0)$ erfasst. Die Null zeigt hier das Fehlen eines Festkörpers an.

Im rechten Teil dieser Darstellung ist dann der Körper X an seinem Haltefaden abgesenkt worden. Er taucht vollständig ein. Es wird sich dann auch eine neue Gewichtsangabe auf der Kompaktwaage einstellen. Sie wird in Masse-Einheiten ausgegeben und durch die Größe $M(F,X)$ erfasst.

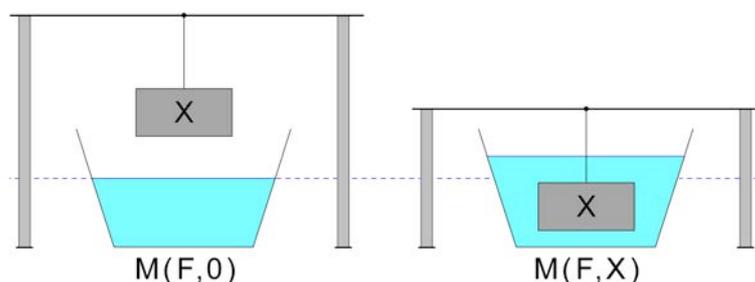


Abb. 5 : Schematischer Aufbau des Experimentes ohne die Kompaktwaage unter dem Gefäß. Angegeben ist jeweils das zugehörige Gewicht in Masse-Einheiten.

Bereits in dieser schematischen Darstellung ist ein ganz wesentlicher Aspekt dieses Versuches berücksichtigt worden. Denn im Vergleich zum Bild links erkennt man rechts einen deutlichen Anstieg des Flüssigkeitsspiegels. Die Ursache für diesen Anstieg liegt in dem Umstand, dass im Regelfall auch die flüssigen Phasen nicht kompressibel sind. Es darf daher geschlossen werden, dass der Anstieg also genau dem Volumen V des abgesenkten Festkörpers X entspricht, wenn denn die Flüssigkeit ihn eng und lückenlos – also ohne Luftblasen – umschließt. In diesem Fall wird die Differenz der beiden Gewichtsanzeigen, vor und nach dem Eintauchen, exakt das reduzierte Gewicht $m(F,X) \cdot g$ des Körpers X in der Flüssigkeit F beschreiben. In Masse-Einheiten bedeutet das :

$$m(F,X) = M(F,X) - M(F,0)$$

(6)

Da das Volumen $V(X)$ des eingetauchten Körpers X als bekannt behandelt werden darf, ergibt sich für ihn die zugeordnete, reduzierte Massendichte $\rho(F,X)$ in der Flüssigkeit F zu :

$$\rho(F,X) = \frac{m(F,X)}{V(X)}$$

(7)

In dieser Gleichung sind alle Größen der rechten Seite, im Rahmen der gegebenen Ausstattung eindeutig messbar. Nach Gleichung (6) sollte daher die zugeordnete Dichte $\rho(F,X)$ sowohl Eigenschaften der Flüssigkeit F wie auch solche des Körpers X repräsentieren. Zumindest aus einer Sicht, die dem Experiment, aus guten Gründen, die Entscheidung überlässt.

Versuch II

Die Zunahme des Gewichtes bei Flüssigkeiten

Im folgenden Experiment wird die zugeordnete Dichte ρ (X,F) von vier Zylindern unterschiedlichen Materials ermittelt, wenn diese – stabil aufgehängt – vollständig in ein abgemessenes Volumen von Wasser eintauchen.

Benötigte Materialien: 1 Kompaktwaage bis 200 g mit digitaler Anzeige und einer Ablesbarkeit von 0,1 g.
 4 Zylinder aus verschiedenem Material mit den Abmessungen: $\varnothing = 2,0$ cm
 $h = 3,0$ cm
 1 Holzleiste : 40 x 4 x 0,2 cm mit zwei Bohrungen (mittig) im Abstand $a = 2,4$ cm
 4 feine Zwirnsfäden der Länge $L = 70$ cm
 Eine ausreichende Anzahl kleiner runder Plastikbecher (Beispiel: von Jogurt) zum Aufbau von vier variablen Trägersäulen.

Versuchsaufbau

1.

Trägersäulen

Aus dem Bestand an runden Plastikbechern werden zwei Trägersäulen vom Typ (A) mit einer Höhe von etwa 30 cm aufgetürmt, sowie zwei weitere Trägersäulen vom Typ (B) mit einer Höhe von etwa 18 cm.

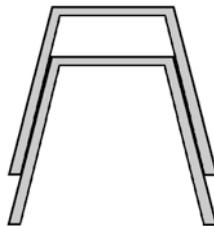


Abb. 6 : Aufbau einer Säule aus gestapelten Plastikbechern.

2.

räumliche Aufteilung

Im Zentrum des Aufbaus befindet sich die Kompaktwaage. Das Säulenpaar (A) wird hinter der Kompaktwaage im gegenseitigen Abstand von 30 cm aufgestellt. Das Säulenpaar (B) wird, ebenfalls im gegenseitigen Abstand von 30 cm, dann aber

VAD_Physik_Dichte_2.doc

exakt auf der Höhe der Mittellinie des Waagentellers positioniert. Siehe dazu die Abbildung 7.

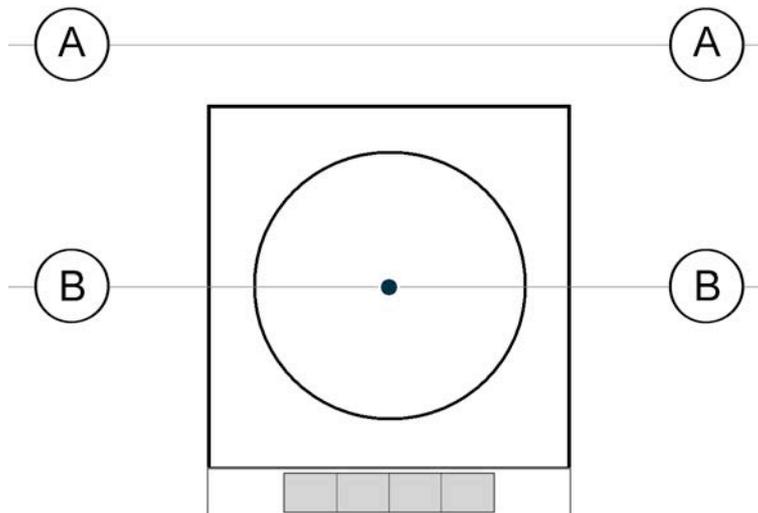


Abb. 7 :Anordnung der Säulen um die Kompaktwaage mit einer Anzeige für vier Ziffern.

3. Aufhängung der Zylinder

In einem weiteren Schritt ist dann die Aufhängung der Zylinder vorzubereiten. Zunächst werden dazu die Enden des Zwirnsfadens miteinander verknotet. Das so geschlossene Band wird dann, wie in Abbildung 8, linke Seite, zu sehen, durch die beiden Bohrungen der Holzleiste gezogen und dann, wie in Teil rechts gezeigt, auf gleiche Länge gebracht.

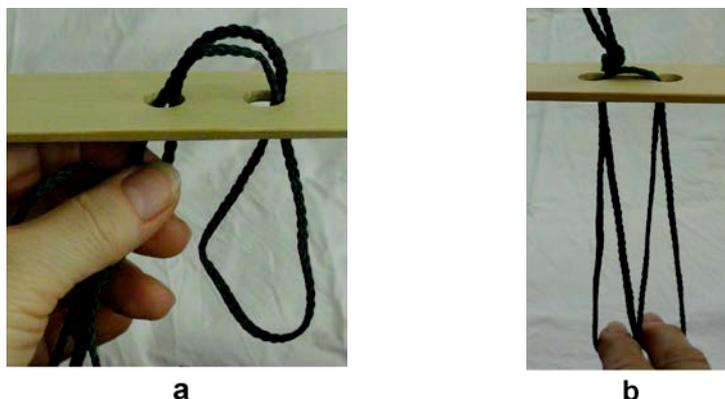


Abb. 8 : Einfädeln und Ausrichten des Zwirnsfadens auf der Holzleiste
a. Den Doppelfaden durch die Bohrungen der Holzleiste ziehen. Hier gezeigt am Beispiel einer Nylonkordel. .b. Die Enden der Fäden auf gleiche Länge bringen.

Die beiden unteren Bereiche werden danach gemäß Abbildung 9 je zu einer Schlaufe geformt. In diese wird symmetrisch und horizontal ein Zylinder eingepasst. Durch leichten Zug nach unten werden die Schlaufen dann gestrafft, um so die Halterung zu festigen.

Maßnahmen:



a

a. Durch eine Schlinge hindurch die Fäden fassen.



b

b. Die Fäden durch die Schlinge ziehen. Es entstehen zwei Schlaufen.



c

c. Den Zylinder durch die Schlaufen stecken



d

d. Die Schlaufen um den Zylinder festziehen

Ergebnis:

Abb. 9 : Die Aufhängung des Metallzylinders.

Danach wird die Holzleiste mit dem darunter hängenden Zylinder auf das Säulenpaar in der Warteposition (A) abgelegt.

4. T
 eilmessung 1
 Der transparente Plastikbecher wird mit knapp 90 cm^3 Wasser gefüllt und auf der Kompaktwage mittig abgesetzt. Das Gesamtgewicht G_1 dieser ersten Anordnung sollte bei 90 g liegen. Sie wird danach genauer in Masse-Einheiten zu $M(F,0)$ abgelesen und in das Messprotokoll unter G_1 eingetragen.

5. T
 eilmessung 2
 Der entscheidende Teil dieses Experimentes beginnt damit, dass die Holzleiste mit dem eingehängten Zylinder aus der Warteposition (A) aufgenommen und über der Messposition (B) auf die neuen Trägersäulen abgesenkt wird. Der Zylinder wird dabei vollständig in das Wasser eintauchen. Die neue Gewichtsanzeige G_2 erfasst dabei zusätzlich ein Teilgewicht des stabil aufgehängten Zylinders gemäß Gleichung (6). Die Anzeige G_2 wird ebenfalls in Masse-Einheiten $M(F,X)$ ausgelesen und in das Protokoll übertragen. Diese Messung ist mit allen vier Zylindern durchzuführen. Der Protokollbogen fasst alle Werte aus den Teilmessungen 1 und 2 zusammen.

Auswertung

1. ermittle die zugeordnete Dichte $\rho(W, X)$ aller Materialien X in Wasser mit $F = W$ über die Gleichung E

$$\rho(W, X) = \frac{G_2 - G_1}{V}$$

2. Die Differenz $G_2 - G_1$ liegt in dieser Messung in Masse-Einheiten vor. Das Volumen V ist dabei aus dem geometrischen Daten der Zylinder zu berechnen. Das Ergebnis ist in die vorletzte Spalte des Messprotokolls einzutragen. D

3. Erzeuge eine Graphik, bei der die spezifische Dichte $\rho(X)$ der festen Stoffe X auf der Abszisse eines Koordinatenkreuzes und die zugeordnete Dichte $\rho(W, X)$ dieser Stoffe im Wasser auf der y-Achse abgetragen wird. E

4. Ermittle jeweils, um wie viel Prozent $\rho(X)$ die Werte $\rho(W, X)$ vom Wert $\rho(W)$ aus Versuch I abweichen. E

$$\rho(X) = \frac{\rho(W, X) - \rho(W)}{\rho(W)} \cdot 100 \%$$

5. Bewerte den Einfluss von $\rho(X)$ dieser Stoffe auf die zugeordnete Dichte $\rho(W, X)$ im Wasser. Erkläre dazu, ob $\rho(X)$ einen starken oder einen nur geringen Einfluss auf $\rho(W, X)$ hat. B

6. Abgesehen von der Tatsache aus, dass das Gewicht eines Körpers in Meereshöhe eine unveränderliche Größe ist. Quantitative Messungen, wie diese, die dessen ungeachtet eine klare Abweichung ergeben, müssen daher neu verstanden werden. Gehe dazu von einer Umverteilung der Gewichtskraft aus. Formuliere in eigenen Worten eine Hypothese, die auf das Archimedische Prinzip hinausläuft. Es beschreibt den Auftrieb – also die Gewichtsabnahme – eines schweren Körpers in Wasser, bedingt durch die Gewichtskraft der verdrängten Wassermenge. G

Fotos: Dokumentation für Naturwissenschaft und Technik, Okt. 2016

CONATEX-DIDACTIC Lehrmittel GmbH – Im Forstgarten 1 - D-66459 Kirkel
Kundenservice (kostenfrei): 00800 0266 2839 (D, CH, A, L) oder 0049 (0) 6849 - 99 269 -0
www.conatex.com - email: didactic@conatex.com

Weitergabe und Vervielfältigung dieser Publikation oder von Teilen daraus sind ohne die ausdrückliche schriftliche Genehmigung durch die Conatex Didactic Lehrmittel GmbH nicht gestattet.